

1 BEGINNER

1.1 SECTION A

Determine whether each of the following statements is true or false.

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.

1. The number 1 is a prime number.
Nombor 1 ialah nombor perdana.
2. If a whole number is divisible by 6, then it is divisible by 3.
Jika suatu nombor bulat boleh dibahagi dengan 6, maka ia boleh dibahagi dengan 3.
3. The product of two odd numbers is even.
Hasil darab bagi dua nombor ganjil adalah genap.
4. If $a > b$ and $b > c$, then $a > c$.
Jika $a > b$ dan $b > c$, maka $a > c$.
5. Every multiple of 10 ends with digit 0.
Setiap gandaan bagi 10 berakhir dengan digit 0.
6. If $x > 0$, then $2x > x$.
Jika $x > 0$, maka $2x > x$.
7. A triangle can have three sides as follows: 2 cm, 3 cm and 6 cm.
Segi tiga boleh mempunyai tiga sisi seperti berikut: 2 cm, 3 cm dan 6 cm.
8. A rectangle with length 7 cm and width 7 cm is a square.
Segi empat tepat dengan panjang 7 cm dan lebar 7 cm merupakan suatu segi empat sama.
9. If a whole number is divisible by 9, then the sum of its digits is also divisible by 9.
Jika suatu nombor bulat boleh dibahagi dengan 9, maka hasil tambah bagi digit-digitnya boleh dibahagi dengan 9 juga.
10. For each triangle, the sum of any two sides is greater than the third side.
Dalam setiap segi tiga, hasil tambah bagi sebarang dua sisi adalah lebih besar daripada sisi ketiga.

1.2 SECTION B

1. Find the remainder when 38 is divided by 5.
Cari baki apabila 38 dibahagi dengan 5.
2. How many positive factors does 48 have?
Berapa banyakkah faktor positif bagi 48?
3. What is the smallest prime number greater than 50?
Apakah nombor perdana terkecil yang lebih besar daripada 50?
4. Solve $2x + 5 = 2025$.
Selesaikan $2x + 5 = 2025$.
5. A number is doubled and then added with 5 to obtain 19. Find that number.
Suatu nombor digandakan dua kali dan kemudian ditambahkan dengan 5 untuk mendapatkan 19. Cari nombor tersebut.
6. How many three-digit whole numbers are there that can be formed by using digits 3 and/or 7?
Berapa banyakkah nombor bulat tiga digit yang boleh dibentuk dengan menggunakan digit 3 dan/atau 7?
7. A square has a side length 6 cm. Find its perimeter.
Suatu segi empat sama mempunyai panjang sisi 6 cm. Cari perimeternya.
8. A clock shows exactly 3 o'clock. What is the angle between the hour hand and the minute hand, in degrees?
Sebuah jam menunjukkan tepat-tepat pukul 3. Apakah sudut (dalam darjah) di antara jarum jam dengan jarum minit?
9. If a whole number is divisible by 77, then it is also divisible by which two-digit whole number?
Jika suatu nombor bulat boleh dibahagi dengan 77, maka ia juga boleh dibahagi dengan nombor bulat dua digit yang mana?
10. A rectangle is constructed by joining two identical squares side by side. If each square has a side length 17 cm, find the perimeter of the rectangle.
Suatu segi empat tepat dibina dengan menggabungkan dua segi empat sama yang serupa secara sebelah-menyebelah. Jika setiap segi empat sama mempunyai panjang sisi 17 cm, cari perimeter bagi segi empat tepat tersebut.

1.3 SECTION C

1. A whole number leaves remainder 2 when divided by 5, and remainder 1 when divided by 3. Find the smallest such number which is greater than 70.
Suatu nombor bulat menghasilkan baki 2 apabila dibahagi dengan 5, dan baki 1 apabila dibahagi dengan 3. Cari nombor sedemikian yang terkecil yang lebih besar daripada 70.
2. Find the sum of all prime numbers between 20 and 60.
Cari hasil tambah bagi semua nombor perdana antara 20 dengan 60.
3. A three-digit whole number is divisible by 11. If the first two digits (from the left) are 47, what is that number?
Suatu nombor bulat tiga digit boleh dibahagi dengan 11. Jika dua digit terawalnya (dari kiri) ialah 47, apakah nombor tersebut?
4. The sum of the first n non-zero whole numbers is 55. Find n .
Hasil tambah bagi n nombor bulat bukan sifar yang terawal ialah 55. Cari n .
5. What is the earlier year after 2025 such that the sum of its digits is equal to the sum of digits of 2025, but the product of its digits is different from the product of digits of 2025?
Apakah tahun terawal selepas 2025 yang hasil tambah digit-digitnya sama dengan hasil tambah digit-digit bagi 2025, tetapi hasil darab digit-digitnya berbeza daripada hasil darab digit-digit bagi 2025?
6. The difference between $5m - 8$ and $2m + 3$ is 19. Given that m is positive, determine m .
Beza antara $5m - 8$ dengan $2m + 3$ ialah 19. Diberi bahawa m adalah positif, tentukan m .
7. In a row of five chairs, how many ways are there for two children to sit such that they are not next to each other?
Di dalam satu baris dengan lima kerusi, berapa banyakkah cara yang ada untuk dua kanak-kanak duduk dengan syarat mereka tidak bersebelahan sesama sendiri?
8. How many three-digit whole numbers are there that can be formed by using digits 1, 2, 3 and 4 without repetition?
Berapa banyakkah nombor bulat tiga digit yang boleh dibentuk dengan menggunakan digit-digit 1, 2, 3 dan 4 tanpa ulangan?
9. The interior of a square is divided into 289 identical smaller squares. A diagonal of the original square is then drawn. Find the number of small squares that are passed through by the diagonal.
Bahagian dalam bagi suatu segi empat sama dipecahkan kepada 289 segi empat sama yang lebih kecil yang serupa semuanya. Satu pepenjuru bagi segi empat sama yang asal dilukis selepas itu. Cari bilangan segi empat sama yang kecil tersebut yang dilalui oleh pepenjuru itu.
10. Three right prisms, namely a heptagonal prism, an octagonal prism and a nonagonal prism, have the same height. Each prism has a regular polygon as its base with side length 1 cm. The prisms are glued together to form a single connected solid, where exactly one rectangular face of the heptagonal prism is glued to one rectangular face of the octagonal prism, and exactly one different rectangular face of the octagonal prism is glued to one rectangular face of the nonagonal prism. How many faces does the resulting solid have?
Note: A right prism means that each rectangular face is perpendicular to both bases. In other words, if the prism stands on one of its bases, it is upright without leaning.
Tiga prisma tegak, iaitu sebuah prisma heptagon, sebuah prisma oktagon dan sebuah prisma nonagon, mempunyai tinggi yang sama. Setiap prisma mempunyai poligon sekata sebagai tapak dengan panjang sisi 1 cm. Prisma-prisma tersebut digamkan untuk membentuk satu pepejal bersambung, dengan tepat satu muka segi empat tepat prisma heptagon digamkan pada satu muka segi empat tepat prisma oktagon, dan tepat satu muka segi empat tepat lain pada prisma oktagon digamkan pada satu muka segi empat tepat prisma nonagon. Berapa banyakkah muka bagi pepejal yang terhasil?
Catatan: Prisma tegak bermaksud setiap muka segi empat tepatnya adalah berserenjang dengan kedua-dua tapak. Dalam kata lain, jika prisma tersebut berdiri pada salah satu tapaknya, ia adalah tegak tanpa

condong.

2 PIONEER

2.1 SECTION A

Determine whether each of the following statements is true or false.

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.

1. If an integer is divisible by 12, then it is divisible by 3 and 4.
Jika suatu integer boleh dibahagi dengan 12, maka ia boleh dibahagi dengan 3 dan 4.
2. The number of ways to choose 3 books out of 4 books is the same as the number of ways to choose 1 book out of 4 books.
Bilangan cara untuk memilih 3 buah buku daripada 4 buah buku adalah sama dengan bilangan cara untuk memilih 1 buah buku daripada 4 buah buku.
3. The sum of three consecutive integers is a multiple of 3.
Hasil tambah bagi tiga integer yang berturutan merupakan suatu gandaan 3.
4. A square is always a rectangle.
Segi empat sama sentiasa merupakan suatu segi empat tepat.
5. If $a > b$ and $b > c$, then $a < c$.
Jika $a > b$ dan $b > c$, maka $a < c$.
6. The least common multiple of any two numbers is always one of the numbers.
Hasil darab sepunya terkecil bagi sebarang dua nombor sentiasa merupakan salah satu daripada nombor-nombor itu.
7. A triangle can have three angles as follows: 30° , 60° , and 100° .
Segi tiga boleh mempunyai tiga sudut seperti berikut: 30° , 60° dan 100° .
8. If $x \geq 0$, then $x^2 > x$.
Jika $x \geq 0$, maka $x^2 > x$.
9. If an integer is divisible by 9, then the sum of its digits is also divisible by 9.
Jika suatu integer boleh dibahagi dengan 9, maka hasil tambah bagi digit-digitnya boleh dibahagi dengan 9 juga.
10. The perimeter of a square with side length n cm is $4n$ cm.
Perimeter bagi suatu segi empat sama dengan panjang sisi n cm ialah $4n$ cm.

2.2 SECTION B

1. Find the smallest prime factor of 221.
Cari faktor perdana yang terkecil bagi 221.
2. How many positive factors does 72 have?
Berapa banyakkah faktor positif bagi 72?
3. Find the remainder when 145 is divided by 12.
Cari baki apabila 145 dibahagi dengan 12.
4. The sum of three consecutive integers is $n + (n + 1) + (n + 2)$. If the sum is 21, what is the value of n ?
Hasil tambah bagi tiga integer yang berturutan ialah $n + (n + 1) + (n + 2)$. Jika hasil tambahnya ialah 21, apakah nilai n ?
5. Solve $5m + 12 = 3m + 30$.
Selesaikan $5m + 12 = 3m + 30$.
6. How many three-digit positive integers are there that can be formed by using digits 0, 2, 4, 6 and 8 without repetition?
Berapa banyakkah integer positif tiga digit yang boleh dibentuk dengan menggunakan digit-digit 0, 2, 4, 6 and 8 tanpa ulangan?
7. A coin is flipped seven times. Among all possible outcomes of those coin flips, how many are there that have exactly two head?
Sekeping syiling dilambung sebanyak tujuh kali. Dalam kalangan semua dapatan yang mungkin daripada lambungan syiling tersebut, berapa banyakkah yang mempunyai tepat-tepat dua kepala?
8. Five identical squares are combined in such a way that one square is in the center, while the other four are joined to its top, bottom, left and right sides, forming a cross. How many axes of symmetry does this shape have?
Lima segi empat sama yang serupa digabungkan dengan cara satu segi empat sama terletak di tengah, manakala empat lagi disambungkan pada sisi-sisi atas, bawah, kiri dan kanan, lalu menghasilkan bentuk salib. Berapa banyakkah paksi simetri bagi bentuk ini?
9. The opposite and adjacent sides of a right triangle have lengths 8 cm and 15 cm, respectively. Determine its perimeter.
Sisi bertentangan dan bersebelahan bagi suatu segi tiga bersudut tegak masing-masing dengan panjang 8 cm dan 15 cm. Tentukan perimetranya.
10. A rectangle has perimeter 50 cm. If its length is 18 cm, find its area.
Suatu segi empat tepat mempunyai perimeter 50 cm. Jika panjangnya ialah 18 cm, cari luasnya.

2.3 SECTION C

- Find the smallest four-digit positive integer that is divisible by both 5 and 9.
Cari integer positif empat digit yang terkecil yang boleh dibahagi dengan kedua-dua 5 dan 9.
- The sum of three different prime numbers is 50. One of them is 2. Find the sum of all possible products of the three prime numbers.
Jumlah tiga nombor perdana yang berbeza ialah 50. Salah satunya ialah 2. Cari hasil tambah bagi semua hasil darab yang mungkin bagi tiga nombor perdana tersebut.
- The sum of the first n positive odd numbers is 289. Find n .
Hasil tambah bagi n nombor ganjil positif yang terawal ialah 289. Cari n .
- Let $\overline{XYZ}$ be a three-digit positive integer such that

$$(100X + 10Y + Z)(X + Y + Z) = 2025.$$

Find the product XYZ .

Note: Each letter in the notation $\overline{XYZ}$ denotes a digit. In particular, $\overline{XYZ}$ means the integer formed by writing the digits, while XYZ means $X \times Y \times Z$. For example, if $X = 1$, $Y = 2$ and $Z = 3$, then $\overline{XYZ} = 123$ and $XYZ = 6$.

Biar $\overline{XYZ}$ sebagai suatu integer positif tiga digit sehinggakan

$$(100X + 10Y + Z)(X + Y + Z) = 2025.$$

Cari hasil darab XYZ .

Catatan: Setiap huruf dalam tatatanda $\overline{XYZ}$ menandakan suatu digit. Secara lebih terperinci, $\overline{XYZ}$ bermaksud integer yang terbentuk dengan menulis digit-digit tersebut, manakala XYZ pula bermaksud $X \times Y \times Z$. Sebagai contoh, jika $X = 1$, $Y = 2$ dan $Z = 3$, maka $\overline{XYZ} = 123$ dan $XYZ = 6$.

- A number is halved, then increased by 11, and then tripled to obtain 2025. Find that number.
Suatu nombor dibahagi separuh, kemudian dinaikkan sebanyak 11, dan selepas itu digandakan tiga kali untuk mendapatkan 2025. Cari nombor tersebut.
- In a row of seven chairs, how many ways are there for three children to sit such that no one is next to another?
Di dalam satu baris dengan tujuh kerusi, berapa banyakkannya cara yang ada untuk tiga kanak-kanak duduk dengan syarat tiada sesiapa pun yang bersebelahan dengan yang lain?
- A rectangle has a length of 20 cm and a width of 10 cm. A square hole with the largest possible integer side length is cut out strictly inside the rectangle, such that no side of the square touches the boundary of the rectangle. Find the area of the remaining shape.
Sebuah segi empat tepat mempunyai panjang 20 cm dan lebar 10 cm. Sebuah lubang segi empat sama dengan panjang sisi integer terbesar yang mungkin dipotong sepenuhnya di bahagian dalam segi empat tepat tersebut, dengan tiada sisi segi empat sama itu menyentuh sempadan segi empat tepat. Cari luas bentuk yang tinggal.
- Find the smallest integer n such that

$$\left\lceil \frac{n}{7} \right\rceil = 20.$$

Cari integer n yang terkecil supaya

$$\left\lceil \frac{n}{7} \right\rceil = 20.$$

Note: The symbol $\lceil x \rceil$ means the smallest integer greater than or equal to x . For example, $\lceil 2.1 \rceil = 3$, $\lceil 4 \rceil = 4$, and $\lceil 5.9 \rceil = 6$.

Catatan: Simbol $\lceil x \rceil$ bermaksud integer terkecil yang lebih besar atau sama dengan x . Sebagai contoh, $\lceil 2.1 \rceil = 3$, $\lceil 4 \rceil = 4$, dan $\lceil 5.9 \rceil = 6$.

9. Given three numbers

$$a, \quad \frac{a}{2} + 1, \quad \text{and} \quad \frac{2a}{3} - 5,$$

find the smallest positive integer a such that these numbers are integers, and they form the side lengths of a triangle.

Diberi tiga nombor

$$a, \quad \frac{a}{2} + 1, \quad \text{dan} \quad \frac{2a}{3} - 5,$$

cari integer positif a yang terkecil supaya nombor-nombor ini merupakan integer, dan menjadi panjang-panjang sisi bagi suatu segi tiga.

10. The interior of a square is divided into 529 identical smaller squares. Both diagonals of the original square are then drawn. How many of the small squares does exactly one diagonal pass through?

Bahagian dalam bagi suatu segi empat sama dipecahkan kepada 529 segi empat sama yang lebih kecil yang serupa semuanya. Kedua-dua pepenjuru bagi segi empat sama yang asal dilukis selepas itu. Berapa banyakkann segi empat sama yang kecil tersebut yang dilalui oleh tepat-tepat satu pepenjuru?

3 JUNIOR

3.1 SECTION A

Determine whether each of the following statements is true or false.

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.

1. The equation $2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ has at least one integer solutions.
Persamaan $2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0$ mempunyai sekurang-kurangnya satu penyelesaian integer.
2. For any integer n , the expression $n^2 + n$ is always an even number.
Untuk sebarang integer n , ungkapan $n^2 + n$ sentiasa merupakan nombor genap.
3. If a and b are both irrational numbers, then $a \times b$ is also an irrational number.
Jika a dan b adalah nombor bukan nisbah, maka $a \times b$ juga adalah nombor bukan nisbah.
4. If a and b are both irrational numbers, then $a + b$ is also an irrational number.
Jika a dan b adalah nombor bukan nisbah, maka $a + b$ juga adalah nombor bukan nisbah.
5. If $AB^2 + BC^2 > AC^2$, then $\triangle ABC$ is an acute triangle.
Jika $AB^2 + BC^2 > AC^2$, maka $\triangle ABC$ ialah segi tiga tirus.
6. The remainder when 2^{10} is divided by 7 is 2.
Baki apabila 2^{10} dibahagi dengan 7 ialah 2.
7. The number 101 is a prime.
Nombor 101 ialah nombor perdana.
8. The inequality $x^2 + y^2 + 13 \geq 4x + 6y$ is true for any real numbers x and y .
Ketaksamaan $x^2 + y^2 + 13 \geq 4x + 6y$ adalah benar untuk sebarang nombor nyata x dan y .
9. The number of diagonals in a hexagon is 9.
Bilangan pepenjuru di dalam suatu heksagon ialah 9.
10. $11^{2n} - 1$ is divisible by 40 for any positive integer n .
 $11^{2n} - 1$ boleh dibahagi dengan 40 bagi sebarang integer positif n .

3.2 SECTION B

1. How many positive integers $n \leq 100$ such that n^2 gives a remainder 4 when divided by 8?
Berapa banyakkah integer positif $n \leq 100$ sehinggakan n^2 menghasilkan baki 4 apabila dibahagi dengan 8?
2. Given that $x + y = 16$ and $xy = 63$, evaluate $(x - y)^2$.
Diberi bahawa $x + y = 16$ dan $xy = 63$, hitungkan $(x - y)^2$.
3. How many positive integers up to and including 1000 are there that are divisible by 2 or 3, but not by 6?
Berapa banyakkah integer positif sehingga dan termasuklah 1000 yang boleh dibahagi dengan 2 atau 3, tetapi tidak dengan 6?
4. Find the sum of all four-digit positive integers whose digits are all odd.
Cari hasil tambah bagi semua integer positif empat digit yang semua digitnya adalah ganjil.
5. Given integers x and y such that $x^2 + y^2 = 12x + 16y - 100$, evaluate $(x + y)^2$.
Diberi integer x dan y sehinggakan $x^2 + y^2 = 12x + 16y - 100$, hitungkan $(x + y)^2$.
6. How many four-digit palindromes are there that are divisible by 7?
Note: A palindrome is a positive number that is the same if read from the left and from the right. For example, 1001 and 9999 are palindromes, but 1000 and 9998 are not.
Berapa banyakkah palindrom empat digit yang boleh dibahagi dengan 7?
Catatan: Palindrom ialah suatu integer positif yang sama sahaja jika dibaca dari kiri dan dari kanan. Sebagai contoh, 1001 dan 9999 ialah palindrom, tetapi 1000 dan 9998 bukan sedemikian.
7. Daniel wants to choose four numbers a, b, c and d from the set $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, where repetition is allowed, such that $ab + cd$ is odd. How many possible quadruples (a, b, c, d) can Daniel make?
Daniel ingin memilih empat nombor a, b, c dan d daripada set $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, yang ulangan dibenarkan, supaya $ab + cd$ adalah ganjil. Berapa banyakkah pasangan berempat (a, b, c, d) yang mungkin yang boleh dibuat oleh Daniel?
8. An acute triangle have side lengths 20, 25 and k . How many possible integer values of k are there?
Suatu segi tiga tirus mempunyai panjang-panjang sisi 20, 25 dan k . Berapa banyakkah nilai integer yang mungkin bagi k ?
9. Find the smallest positive integer n such that there are at least five integers between (but not including) the numbers
$$\frac{n+8}{2} \quad \text{and} \quad \frac{2n+14}{3}.$$

Cari integer positif n yang terkecil supaya terdapat sekurang-kurangnya lima integer di antara (tetapi tidak termasuk) nombor-nombor
$$\frac{n+8}{2} \quad \text{dan} \quad \frac{2n+14}{3}.$$
10. Let k be the product of all even positive numbers up to and including 50. Find its remainder when k is divided by 2025.
Biar k sebagai hasil darab bagi semua nombor genap positif sehingga dan termasuklah 50. Cari bakinya apabila k dibahagi dengan 2025.

3.3 SECTION C

1. A year is called *special* if it can be expressed as the sum of the first n positive perfect cubes for some integer n . For example, 2025 is special since $2025 = 1^3 + 2^3 + \dots + 9^3$. Find the smallest special year greater than 10000.

Suatu tahun dipanggil istimewa sekiranya ia boleh diungkapkan sebagai hasil tambah bagi n kuasa tiga sempurna positif yang terawal untuk suatu integer n . Sebagai contoh, 2025 adalah istimewa disebabkan oleh $2025 = 1^3 + 2^3 + \dots + 9^3$. Cari tahun istimewa terkecil yang lebih besar daripada 10000.

2. Four cubes, whose volumes are 1, 27, 125 and 343 cubic units, are stacked vertically to form a tower. Each smaller cube lies on top of the larger one, with its bottom face entirely within the top face of the larger cube. What is the total surface area, including the bottom part, of the tower in square units?

Empat kiub, dengan isi padu 1, 27, 125 dan 343 unit padu, disusun secara menegak untuk membentuk sebuah menara. Setiap kiub yang lebih kecil terletak di atas yang lagi besar, dengan muka bawahnya berada sepenuhnya dalam lingkungan muka atas bagi kiub yang lagi besar itu. Berapakah jumlah luas permukaan, termasuk bahagian bawah, bagi menara itu dalam unit persegi?

3. In a regular octagon $ABCDEFGH$, the ratio of the area of quadrilateral $ACEG$ to the area of the octagon is given by $\sqrt{\frac{a}{b}}$, where a and b are coprime positive integers. Determine $a + b$.

Dalam suatu oktagon sekata $ABCDEFGH$, nisbah luas sisi empat $ACEG$ kepada luas oktagon tersebut diberi sebagai $\sqrt{\frac{a}{b}}$, yang a dan b merupakan integer positif saling perdana. Tentukan $a + b$.

4. A square $ABCD$ has a side length 1. Points P , Q , R and S lie inside $ABCD$ such that ABP , BCQ , CDR and DAS are all equilateral triangles. The area of $PQRS$ can be expressed as $a + b\sqrt{c}$, where integer c is as small as possible. Evaluate $a + b + c$.

Segi empat sama $ABCD$ mempunyai panjang sisi 1. Titik-titik P , Q , R dan S berada di dalam $ABCD$ sehinggakan ABP , BCQ , CDR dan DAS semuanya merupakan segi tiga sama sisi. Luas $PQRS$ boleh diungkapkan sebagai $a + b\sqrt{c}$, yang integer c adalah sekecil yang mungkin. Hitungkan $a + b + c$.

5. In a regular pentagon $ABCDE$, a circle ω is constructed such that it is tangent to CD at D , and also to AB at A . Determine the angle subtended by the minor arc AD at the centre of ω .

Di dalam pentagon sekata $ABCDE$, satu bulatan ω dibina sehinggakan ia adalah tangen kepada CD di D , dan juga kepada AB di A . Tentukan sudut yang tercangkum oleh lengkok minor AD pada pusat bagi ω .

6. An equilateral triangle DEF is inscribed in an equilateral triangle ABC such that BC and DE are perpendicular. How many times larger is the area of ABC than the area of DEF ?

Segi tiga sama sisi DEF diterap di dalam segi tiga sama sisi ABC sehinggakan BC dan DE adalah berserenjang. Berapa kali gandakah luas ABC berbanding luas DEF ?

7. Find the smallest positive integer that consists of the digits 0 and 2 only, and is divisible by 45.

Cari integer positif terkecil yang terdiri daripada digit-digit 0 dan 2 sahaja, dan boleh dibahagi dengan 45.

8. If a , b and c are positive real numbers such that

$$a(b + c) = 525, \quad b(c + a) = 333 \quad \text{and} \quad c(a + b) = 408,$$

determine abc .

Jika a , b dan c ialah nombor nyata positif sehinggakan

$$a(b + c) = 525, \quad b(c + a) = 333 \quad \text{dan} \quad c(a + b) = 408,$$

tentukan abc .

9. Each edge of a dodecahedron is colored either red or blue. It is known that each its pentagonal face has at least one blue edge. Determine the maximum possible number of red edges in the dodecahedron.

Note: A dodecahedron is a three-dimensional solid with 12 flat faces and 30 edges, and each face is a pentagon.

Setiap sisi bagi suatu dodekahedron diwarnakan sama ada merah atau biru. Diketahui bahawa setiap muka pentagonnya mempunyai sekurang-kurangnya satu sisi biru. Tentukan bilangan maksimum yang mungkin bagi sisi-sisi merah di dalam dodekahedron itu.

Catatan: Dodekahedron ialah suatu pepejal bermatra tiga dengan 12 muka rata dan 30 sisi, yang setiap muka merupakan suatu pentagon.

10. The degree measures of the angles in a convex 18-sided polygon form an increasing arithmetic sequence with integer values. Find the degree measure of the smallest angle.

Ukuran darjah sudut-sudut dalam sebuah poligon cembung 18 sisi membentuk satu jujukan aritmetik menaik dengan nilai integer. Cari ukuran darjah sudut yang terkecil.

4 SENIOR

4.1 SECTION A

Determine whether each of the following statements is true or false.

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.

1. A perfect square has odd number of factors.
Suatu kuasa dua sempurna mempunyai bilangan faktor ganjil.
2. The Diophantine equation $2x + 3y = 7$ has infinitely many integer solutions.
Persamaan Diophantine $2x + 3y = 7$ mempunyai tak terhingga banyaknya penyelesaian integer.
3. The polynomial $x^4 + 4$ is factorizable into polynomials of smaller degrees with integer coefficients.
Polinomial $x^4 + 4$ boleh difaktorkan kepada polinomial-polinomial berdarjah lebih kecil dengan pekali-pekali integer.
4. If a and b give the same remainder when divided by n , then $a(a + b)$ and $b(b + a)$ will also give the same remainder when divided by n .
Jika a dan b memberikan baki yang sama apabila dibahagi dengan n , maka $a(a + b)$ dan $b(b + a)$ juga akan memberikan baki yang sama apabila dibahagi dengan n .
5. $|a| \times |b| = |a \times b|$
 $|a| \times |b| = |a \times b|$
6. The product of any n consecutive positive integers is divisible by the product of the first n consecutive positive integers.
Hasil darab sebarang n integer positif berturutan boleh dibahagi oleh hasil darab n integer positif yang pertama.
7. The sum of any n consecutive positive integers is divisible by n .
Jumlah sebarang n integer positif berturutan boleh dibahagi oleh n .
8. If p is a prime of the form $4k + 1$ for some integer k , then p can always be expressed as the sum of two perfect squares.
Jika p ialah nombor perdana berbentuk $4k + 1$ untuk suatu integer k , maka p sentiasa boleh diungkapkan sebagai hasil tambah bagi dua kuasa dua sempurna.
9. The three medians of a triangle always intersect at a single point.
Tiga garis median dalam sebuah segi tiga sentiasa berpotongan pada satu titik.
10. There exists an integer x such that x^2 has a remainder of 2 when divided by 4.
Terdapat suatu integer x sedemikian sehingga x^2 mempunyai baki 2 apabila dibahagi dengan 4.

4.2 SECTION B

1. Balls are placed into boxes as follows: the first box contains a ball with label 1, the second box contains two balls each with label 2 and 3, and the third box contains three balls each with label 4, 5 and 6. This continues with the n^{th} box containing n balls with consecutive labels as above. Which box contains the ball with label 2025?

Bola diletakkan di dalam kotak seperti berikut: kotak pertama mengandungi satu bola dengan label 1, kotak kedua mengandungi dua bola dengan label 2 dan 3 setiap satu, dan kotak ketiga mengandungi tiga bola dengan label 4, 5 dan 6 setiap satu. Hal ini berterusan dengan kotak ke- n yang mengandungi n bola dengan label berturutan sedemikian. Kotak manakah yang mengandungi bola dengan label 2025?

2. The first four terms of an arithmetic progression are p , 45, $3p - q$ and $3p + q$. What is the 2025th term of the progression?

Empat sebutan terawal bagi suatu jalaran aritmetik ialah p , 45, $3p - q$ dan $3p + q$. Apakah sebutan ke-2025 bagi jalaran tersebut?

3. Let A be a five-digit integer formed by using the distinct digits from the set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Suppose that A is divisible by 4. How many different possible values of A are there?

Andaikan A sebagai integer lima digit yang dibentuk dengan menggunakan digit-digit yang berbeza daripada set $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$. Andaikan bahawa A boleh dibahagi dengan 4. Berapa banyakkah nilai mungkin bagi A yang berbeza?

4. What is the maximum possible number of acute angles in a convex dodecagon?

Berapakah bilangan maksimum yang mungkin bagi sudut tirus di dalam suatu dodekagon cembung?

5. How many ordered triples of positive integers a , b and c are there such that $a^2 + b^2 + c^2 = 135$?

Berapa banyakkah tiga sepunya teratur bagi integer positif a , b dan c yang memenuhi $a^2 + b^2 + c^2 = 135$?

6. A circle with center O has two diameters AB and CD that are perpendicular to each other. The chord DF of the circle intersect AB at E . It is known that $DE = 5$ and $EF = 1$. Given that the area of the circle is $k\pi$, find k .

Suatu bulatan dengan pusat O mempunyai dua diameter AB dan CD yang berserenjang sesama sendiri. Perentas DF bagi bulatan itu menyalang AB di E . Diketahui bahawa $DE = 5$ and $EF = 1$. Jika luas bulatan ialah $k\pi$, cari k .

7. A positive integer (without leading zeroes) is called *strictly ascending* if it has at least two digits, and the value of each digit is strictly increasing from left to right. For example, 1369 and 3478 are strictly ascending, but 1335 and 6078 are not. Determine the number of strictly ascending integers.

Suatu integer positif (tanpa sifar di hadapan) dipanggil sebagai menaik tegas jika mempunyai sekurang-kurangnya dua digit, dan nilai setiap digit meningkat secara tegas dari kiri ke kanan. Contohnya, 1369 dan 3478 adalah menaik tegas, tetapi 1335 dan 6078 bukan sedemikian. Tentukan bilangan integer yang menaik tegas.

8. Each of 100 students in a summer camp can either sing, dance or act. Some students have more than one talents, but none has all talents. There are 42 students who cannot sing, 65 students who cannot dance, and 29 students who cannot act. How many students are there that have exactly two of those talents?

Setiap orang daripada 100 pelajar di sebuah kem musim panas boleh menyanyi, menari atau berlakon. Seseengah pelajar mempunyai lebih daripada satu bakat, tetapi tiada yang mempunyai ketiga-tiganya. Terdapat 42 pelajar yang tidak boleh menyanyi, 65 pelajar yang tidak boleh menari, dan 29 pelajar yang tidak boleh berlakon. Berapa banyakkah pelajar yang mempunyai tepat-tepat dua bakat tersebut?

9. Let x , y and z be positive real numbers satisfying the following equations:

$$x + \frac{1}{y} = 1, \quad y + \frac{1}{z} = 6 \quad \text{and} \quad z + \frac{1}{x} = \frac{9}{5}.$$

Evaluate

$$xyz + \frac{1}{xyz}.$$

Biar x , y dan z sebagai nombor nyata positif yang memenuhi persamaan-persamaan berikut:

$$x + \frac{1}{y} = 1, \quad y + \frac{1}{z} = 6 \quad \text{dan} \quad z + \frac{1}{x} = \frac{9}{5}.$$

Hitungkan

$$xyz + \frac{1}{xyz}.$$

10. A sequence of positive integer $a_1, a_2, a_3, \dots$ is given by $a_{n+1} = 3a_n - 2$ for any $n \geq 2$. Find the largest positive integer k such that k divides $a_{10} - a_1$ for any a_1 .

Suatu jujukan integer positif $a_1, a_2, a_3, \dots$ diberi sebagai $a_{n+1} = 3a_n - 2$ untuk sebarang $n \geq 2$. Cari integer positif k yang terbesar sehinggakan k membahagi $a_{10} - a_1$ untuk sebarang a_1 .

4.3 SECTION C

1. How many ordered integer solutions $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ are there that satisfy

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 12$$

where $0 \leq x_i \leq 2$ for all $i = 1, 2, \dots, 10$?

Berapa banyakkah penyelesaian integer bertertib $(x_1, x_2, \dots, x_{10})$ yang memenuhi

$$x_1 + x_2 + \dots + x_{10} = 12$$

yang $0 \leq x_i \leq 2$ untuk semua $i = 1, 2, \dots, 10$?

2. Let S be a subset of $\{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ such that no pair of distinct elements in S has a sum divisible by 5. What is the largest possible size of S ?

Biar S sebagai suatu subset bagi $\{1, 2, 3, \dots, 2025\}$ sehinggakan tiada pasangan unsur yang berbeza di dalam S dengan hasil tambah yang boleh dibahagi dengan 5. Berapakah saiz maksimum yang mungkin bagi S ?

3. Let A be the product of five consecutive positive integer such that the rightmost nonzero digit is an odd number. What is the rightmost nonzero digit for the smallest possible value of A ?

Andaikan A sebagai hasil darab bagi lima integer positif yang berturutan sehinggakan digit bukan sifar yang paling kanan merupakan nombor ganjil. Apakah digit bukan sifar yang paling kanan bagi nilai terkecil yang mungkin bagi A ?

4. A triangle ABC has side lengths $AB = 8$, $BC = 10$ and $AC = 7$. Point D lies on BC such that AD bisects $\angle BAC$. Point E lies on AC such that BE bisects $\angle ABC$. Both bisectors intersect at F . It is given that $AF : FD = a : b$, where a and b are coprime positive integers. Find $a + b$.

Segi tiga ABC mempunyai panjang-panjang sisi $AB = 8$, $BC = 10$ and $AC = 7$. Titik D terletak pada BC sehinggakan AD membahagi dua $\angle BAC$. Titik E terletak pada AC sehinggakan BE membahagi dua $\angle ABC$. Kedua-dua pembahagi dua bersilang di F . Diberi bahawa $AF : FD = a : b$, yang a dan b merupakan integer positif saling perdana. Cari $a + b$.

5. Wanshi starts at 0 on the real number line. He flips a fair coin eight times. Every time he gets a head, he moves 1 unit in the positive direction of the number line before the next flip. For a tail, he moves 1 unit in the negative direction instead. Among all possible outcomes of those eight flips, how many are there that allow him to reach 4 on the number line at some time during this process?

Wanshi bermula di 0 pada garis nombor nyata. Dia melambungkan sekeping syiling yang adil sebanyak lapan kali. Setiap kali dia memperoleh kepala, dia bergerak 1 unit mengikut arah positif pada garis nombor itu sebelum lambungan yang seterusnya. Bagi ekor pula, dia bergerak 1 unit mengikut arah negatif. Dalam kalangan semua dapatan yang mungkin bagi lapan lambungan tersebut, berapa banyakkah yang membolehkan Wanshi untuk mencapai 4 pada garis nombor itu pada suatu ketika dalam proses ini?

6. The sum

$$\frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{1} + \sqrt{2})} + \frac{1}{\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{12}(\sqrt{3} + \sqrt{4})} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2024(2025)}(\sqrt{2024} + \sqrt{2025})}$$

can be expressed as a fraction $\frac{a}{b}$, where a and b are coprime positive integer. Find $a + b$.

Hasil tambah

$$\frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{1} + \sqrt{2})} + \frac{1}{\sqrt{6}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} + \frac{1}{\sqrt{12}(\sqrt{3} + \sqrt{4})} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2024(2025)}(\sqrt{2024} + \sqrt{2025})}$$

boleh diungkapkan sebagai pecahan $\frac{a}{b}$, yang a dan b merupakan integer positif saling perdana. Cari $a+b$.

7. Let a and b be three-digit palindromes such that $a + b$ is a four-digit palindrome. How many unordered pair (a, b) are there?

Note: A palindrome is a positive number that is the same if read from the left and from the right. For example, 101 and 999 are palindromes, but 100 and 998 are not.

Biar a dan b sebagai palindrom tiga digit sehinggakan $a + b$ merupakan palindrom empat digit. Berapa banyakkah pasangan tak bertertib (a, b) sedemikian?

Catatan: Palindrom ialah suatu integer positif yang sama sahaja jika dibaca dari kiri dan dari kanan. Sebagai contoh, 101 dan 999 ialah palindrom, tetapi 100 dan 998 bukan sedemikian.

8. For integers a and b where $1 \leq a < b \leq 100$, find the number of ordered pairs (a, b) such that

$$\left\lfloor a + \frac{b}{a} \right\rfloor = \left\lfloor b + \frac{a}{b} \right\rfloor.$$

Note: The symbol $\lfloor x \rfloor$ denotes the largest integer smaller than or equal to x . For example, $\lfloor 2.5 \rfloor = 2$ and $\lfloor \pi \rfloor = 3$.

Untuk integer a dan b yang $1 \leq a < b \leq 100$, cari bilangan bagi pasangan bertertib (a, b) sehinggakan

$$\left\lfloor a + \frac{b}{a} \right\rfloor = \left\lfloor b + \frac{a}{b} \right\rfloor$$

Nota: Simbol $\lfloor x \rfloor$ menandakan integer terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x . Sebagai contoh, $\lfloor 2.5 \rfloor = 2$ dan $\lfloor \pi \rfloor = 3$.

9. Given a square $PQRS$, X is the midpoint of PS and Y is the midpoint of XS . Find the ratio of $\frac{\angle YQR}{\angle PQX}$.

Diberi sebuah segi empat sama $PQRS$, X ialah titik tengah bagi PS dan Y ialah titik tengah bagi XS .

Cari nisbah $\frac{\angle YQR}{\angle PQX}$.

10. A convex polygon of N sides have integer interior angles $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$, where

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_N.$$

They form an arithmetic progression. What is the largest possible value of N ?

Suatu poligon cembung dengan N sisi mempunyai sudut-sudut pedalaman integer $a_1, a_2, a_3, \dots, a_N$, yang

$$a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_N.$$

Sudut-sudut tersebut membentuk suatu jangjang aritmetik. Apakah nilai terbesar yang mungkin bagi N ?

ANSWERS

BEGINNER ANSWERS

SECTION A

1. False
2. True
3. False
4. True
5. True
6. True
7. False
8. True
9. True
10. True

SECTION B

1. 3
2. 10
3. 53
4. 1010
5. 7
6. 8
7. 24
8. 90
9. 11
10. 102

SECTION C

1. 82
2. 363
3. 473
4. 10
5. 2115
6. 10
7. 12

- 8. 24
- 9. 17
- 10. 26

PIONEER ANSWERS

SECTION A

1. True
2. True
3. True
4. True
5. False
6. False
7. False
8. False
9. True
10. True

SECTION B

1. 13
2. 12
3. 1
4. 6
5. 9
6. 48
7. 21
8. 4
9. 40
10. 126

SECTION C

1. 1035
2. 3974
3. 17
4. 20
5. 1328
6. 210
7. 119
8. 134
9. 30
10. 45

JUNIOR ANSWERS

SECTION A

1. False
2. True
3. False
4. False
5. True
6. True
7. True
8. True
9. True
10. True

SECTION B

1. 25
2. 4
3. 501
4. 3471875
5. 196
6. 18
7. 288
8. 17
9. 25
10. 0

SECTION C

1. 11025
2. 434
3. 3
4. 5
5. 144
6. 3
7. 9999999990
8. 2700
9. 15
10. 143

SENIOR ANSWERS

SECTION A

1. True
2. True
3. True
4. True
5. True
6. True
7. False
8. True
9. True
10. False

SECTION B

1. 64
2. 40505
3. 600
4. 3
5. 0
6. 15
7. 502
8. 64
9. 2
10. 19682

SECTION C

1. 6765
2. 811
3. 3
4. 5
5. 46
6. 89
7. 36
8. 98
9. 2
10. 18